एक चर वाले रैखिक समीकरण

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» बीजीय व्यंजक और समीकरण की पहचान

प्रश्न 1 (आसान). पहचानिए: 5p + 2

उत्तर – बीजीय व्यंजक

प्रश्न 2 (आसान). पहचानिए: m - 8 = 10

उत्तर – समीकरण

प्रश्न 3 (मध्यम). पहचानिए: 7t - 4 = 2t + 1

उत्तर – समीकरण

प्रश्न 4 (कठिन). पहचानिए: (x + 3)(x - 2)

उत्तर – बीजीय व्यंजक

» एक चर वाले रैखिक समीकरण की परिभाषा

प्रश्न 5 (आसान). क्या 2x + 5 = 12 एक चर वाला रैखिक समीकरण है?

उत्तर – हाँ

प्रश्न 6 (आसान). क्या $x^2 + 3 = 7$ एक चर वाला रैखिक समीकरण है?

उत्तर – नहीं

प्रश्न 7 (मध्यम). समीकरण 5m - 2n = 10 में कितने चर हैं? क्या यह एक चर वाला रैखिक समीकरण है?

उत्तर – इसमें दो चर (m और n) हैं, इसलिए यह एक चर वाला रैखिक समीकरण नहीं है।

प्रश्न 8 (कठिन). क्या (x + 1)(x - 1) = 8 एक चर वाला रैखिक समीकरण है?

उत्तर – नहीं, क्योंकि जब तुम इसे हल करोगे तो $x^2 - 1 = 8$ आएगा, और x की घात 2 है।

» समीकरण के पक्ष (LHS और RHS) और हल

प्रश्न 9 (आसान). समीकरण 5y + 2 = 12 में LHS और RHS बताइए।

उत्तर – LHS = 5y + 2, RHS = 12

प्रश्न 10 (आसान). क्या x = 2 समीकरण 4x = 8 का हल है?

उत्तर – हाँ

प्रश्न 11 (मध्यम). समीकरण 2m - 3 = 7 का हल क्या है?

उत्तर – m = 5

प्रश्न 12 (कठिन). अगर समीकरण 7p + 4 = 18 का हल p = 2 है, तो जाँच करके बताइए कि यह सही है या नहीं।

उत्तर – हाँ, p = 2 इसका सही हल है क्योंकि 7(2) + 4 = 14 + 4 = 18, जो RHS के बराबर है।

» समीकरण को हल करने के सिद्धांत

प्रश्न 13 (आसान). x + 7 = 10

उत्तर – x = 3

प्रश्न 14 (आसान). y - 4 = 6

उत्तर – y = 10

प्रश्न 15 (मध्यम). 2a + 3 = 11

उत्तर – a = 4

प्रश्न 16 (कठिन). 5m - 8 = 12

उत्तर – m = 4

» दोनों पक्षों में चर वाले समीकरणों को हल करना

प्रश्न 17 (आसान). हल करें: `3x - 5 = x + 7`

उत्तर – x = 6

प्रश्न 18 (आसान). हल करें: `4y + 2 = 2y + 8`

उत्तर – y = 3

प्रश्न 19 (मध्यम). हल करें: `5t - 3 = 3t + 7`

उत्तर – t = 5

प्रश्न 20 (कठिन). हल करें: `3(x - 2) = 2x + 1`

उत्तर – x = 7

» अंश वाले रैखिक समीकरणों को हल करना

प्रश्न 21 (आसान). x/3 + 5 = 8

उत्तर – x = 9

प्रश्न 22 (आसान). y/4 - 2 = 1

उत्तर – y = 12

प्रश्न 23 (मध्यम). 2x/3 + 1 = x/2 + 4

उत्तर – x = 18

प्रश्न 24 (कठिन). (z+1)/2 = (z-2)/3 + 1

उत्तर – z = 5

» जटिल समीकरणों को सरल रूप में बदलना और हल करना

प्रश्न 25 (आसान). 3(y + 2) = 5y - 4

उत्तर – y = 5

प्रश्न 26 (आसान). 4(x - 1) = 2x + 6

उत्तर – x = 5

प्रश्न 27 (मध्यम). 6(z + 1) / 3 = 2z + 8

उत्तर – z = -7

प्रश्न 28 (कठिन). 5m - 3(2m - 4) = 7(m + 1) / 2 + 1

उत्तर – m = 17/17 = 1

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. नीचे दिए गए में से बीजीय व्यंजक और समीकरण पहचानिए:

› पहला वाला है: '3x + 7'

› इसमें हमें कोई 'बराबर' का चिह्न नहीं दिख रहा है। इसमें '3' एक अचर है, 'x' एक चर है, और बीच में जोड़ का निशान है। तो यह सिर्फ एक व्यंजक है।

› दूसरा वाला है: '2y - 5 = 15'

› देखो, इसमें 'बराबर' (=) का चिह्न लगा है। इसके बाईं ओर '2y - 5' है और दाईं ओर '15' है। ये दोनों बराबर हैं। तो यह एक समीकरण है।

› तीसरा वाला है: 'x^2 + 4x - 1'

› क्या इसमें 'बराबर' का निशान है? नहीं ना! तो यह भी एक व्यंजक है, समीकरण नहीं।

› चौथा वाला है: 'z/2 = 10'

› यहाँ भी 'बराबर' (=) का चिह्न है। बाईं तरफ 'z/2' है और दाईं तरफ '10' है। तो, यह भी एक समीकरण है।

उत्तर – 3x + 7 (व्यंजक), 2y - 5 = 15 (समीकरण), x^2 + 4x - 1 (व्यंजक), z/2 = 10 (समीकरण)

उदाहरण 2. समीकरण 3y + 7 = 16 में एक चर वाले रैखिक समीकरण की विशेषताओं को पहचानिए।

› पहला कदम, हम देखेंगे कि इसमें कितने अलग-अलग अक्षर (variables) इस्तेमाल हुए हैं। यहाँ सिर्फ 'y' है, कोई 'x' या 'z' नहीं। तो ये 'एक चर' वाला समीकरण है।

› दूसरा कदम, हम 'y' की घात (power) देखेंगे। यहाँ 'y' के ऊपर कोई संख्या नहीं लिखी, मतलब इसकी घात 1 है। जैसे 'y' मतलब 'y^1' होता है।

› तीसरा कदम, समीकरण में 'बराबर' (=) का चिह्न है।

› क्योंकि इसमें सिर्फ एक चर 'y' है और उसकी अधिकतम घात 1 है, इसलिए यह एक चर वाला रैखिक समीकरण है।

उत्तर – यह एक 'एक चर वाला रैखिक समीकरण' है।

उदाहरण 3. समीकरण 3x - 1 = 8 का हल ज्ञात कीजिए।

› यहाँ, बायाँ पक्ष (LHS) = 3x - 1 और दायाँ पक्ष (RHS) = 8 है।

› हमें x का वह मान ज्ञात करना है जिसके लिए 3x - 1, 8 के बराबर हो जाए।

› सबसे पहले, -1 को RHS की ओर पक्षांतरण (transpose) करेंगे। जब यह दूसरी तरफ जाएगा तो इसका चिह्न बदल जाएगा।

› तो, 3x = 8 + 1 हो जाएगा।

› यानी 3x = 9।

› अब, x का मान निकालने के लिए 3 को RHS में भाग देंगे।

› x = 9 / 3।

› तो, x = 3।

› जाँच करने के लिए: x = 3 को समीकरण में रखते हैं।

› LHS = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8।

› RHS = 8।

› चूँकि LHS = RHS है, इसलिए x = 3 ही सही हल है।

उत्तर – x = 3

उदाहरण 4. समीकरण 3x + 5 = 14 को हल करें।

› सबसे पहले हमें 'x' को अकेला करना है। तो, '3x' के साथ जो '+5' है, उसे हटाना पड़ेगा।

› इसके लिए, हम समीकरण के दोनों पक्षों से '5' घटाएंगे।

› बायाँ पक्ष: 3x + 5 - 5 = 3x

› दायाँ पक्ष: 14 - 5 = 9

› तो, नया समीकरण बना: 3x = 9

› अब हमें 'x' को पूरी तरह से अकेला करना है। '3x' का मतलब है '3 गुणा x'। तो, इस गुणा '3' को हटाने के लिए हम दोनों पक्षों को '3' से भाग देंगे।

› बायाँ पक्ष: 3x / 3 = x

› दायाँ पक्ष: 9 / 3 = 3

› हमें 'x' का मान मिला।

उत्तर – x = 3

उदाहरण 5. समीकरण `5x + 7/3 = 14/3 + 2x` को हल करें।

› सबसे पहले, सारे चर वाले पदों को एक तरफ ले आओ और सारे अचर (नंबर) पदों को दूसरी तरफ।

› यहाँ `2x` दाईं ओर है, इसे बाईं ओर लाएंगे तो यह `-2x` हो जाएगा। और `7/3` बाईं ओर है, इसे दाईं ओर ले जाएंगे तो यह `-7/3` हो जाएगा।

› `5x - 2x = 14/3 - 7/3`

› अब बाईं ओर `5x - 2x` को घटाओ, तो आएगा `3x`।

› और दाईं ओर `14/3 - 7/3` को घटाओ। दोनों का हर (denominator) 3 है, तो सीधे ऊपर वाली संख्याओं को घटा सकते हैं: `14 - 7 = 7`। तो ये बन जाएगा `7/3`।

› अब हमारा समीकरण है `3x = 7/3`।

› `x` का मान निकालने के लिए `3` को दाईं ओर ले जाएंगे। यहाँ `3`, `x` के साथ गुणा में है, तो दाईं ओर जाकर भाग में हो जाएगा।

› `x = 7 / (3 * 3)`

› `x = 7/9`

उत्तर – x = 7/9

उदाहरण 6. समीकरण को हल कीजिए: x/2 - 1/5 = x/3 + 1/4

› पहला कदम: हमें सारे हरों (denominators) को देखना है। यहाँ हर हैं 2, 5, 3 और 4। इन सबका लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) निकालेंगे।

› 2, 5, 3, 4 का LCM = 60।

› दूसरा कदम: अब इस LCM, यानी 60 से समीकरण के हर एक पद को गुणा करेंगे। ध्यान से देखना, दोनों तरफ के हर पद को:

› 60 * (x/2) - 60 * (1/5) = 60 * (x/3) + 60 * (1/4)

› तीसरा कदम: अब हरों से अंश कट जाएँगे और समीकरण सरल हो जाएगा।

› 30x - 12 = 20x + 15

› चौथा कदम: अब यह तो हमारा पुराना वाला समीकरण बन गया, जहाँ चर दोनों तरफ हैं। तो अब पक्षांतरण करेंगे।

› 30x - 20x = 15 + 12

› 10x = 27

› x = 27/10

उत्तर – x = 27/10

उदाहरण 7. हल कीजिए: 5x - 2(2x - 7) = 2(3x - 1) + 7/2

› पहला कदम, हम कोष्ठक हटाएँगे. बाईं तरफ: 5x - (2 * 2x - 2 * 7) = 5x - (4x - 14) = 5x - 4x + 14 = x + 14.

› दाईं तरफ: 2 * 3x - 2 * 1 + 7/2 = 6x - 2 + 7/2. अब दाईं तरफ LCM लेना पड़ेगा, 2 और 1 का LCM 2 होगा. तो, 6x को 2 से गुणा किया, -2 को 2 से गुणा किया: (12x - 4 + 7)/2 = (12x + 3)/2.

› अब हमारा समीकरण बन गया: x + 14 = (12x + 3)/2.

› दोनों तरफ 2 से गुणा करेंगे ताकि हर हट जाए: 2(x + 14) = 2 * (12x + 3)/2.

› यह बन गया: 2x + 28 = 12x + 3.

› अब x वाले पदों को एक तरफ और संख्या वाले पदों को दूसरी तरफ ले जाएंगे: 28 - 3 = 12x - 2x.

› 25 = 10x.

› x का मान निकालने के लिए 25 को 10 से भाग देंगे: x = 25/10.

› इसे सरल करेंगे: x = 5/2.

उत्तर – x = 5/2

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• बोर्ड परीक्षा में सीधे पहचानना कम आता है, लेकिन समीकरणों को हल करते समय 'बराबर' के चिह्न और LHS-RHS का ध्यान रखना बहुत ज़रूरी है। यह बेसिक कॉन्सेप्ट आगे के कठिन सवालों की नींव है।

• बोर्ड परीक्षा में इसकी सीधी परिभाषा या पहचान पर आधारित छोटे प्रश्न आ सकते हैं, इसलिए 'एक चर' और 'रैखिक' दोनों बातों को ध्यान से समझना बहुत ज़रूरी है।

• यह बहुत बुनियादी बात है! जब भी कोई समीकरण हल करो, तो हमेशा आखिर में चर का मान समीकरण में रखकर LHS और RHS को बराबर करके जाँच ज़रूर करो। इससे आपके उत्तर की पुष्टि हो जाती है और गलतियाँ पकड़ी जाती हैं।

• यह सिद्धांत परीक्षा में हर समीकरण हल करने के सवाल का आधार है, इसे अच्छे से समझ लो ताकि कभी गलती न हो।

• यह सवाल बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर आता है, तो इसे अच्छे से समझना और अभ्यास करना। जल्दबाज़ी में चिन्ह बदलने की गलती मत करना!

• यह बहुत महत्वपूर्ण अवधारणा है क्योंकि बोर्ड परीक्षा में अंश वाले समीकरणों से जुड़े सवाल ज़रूर आते हैं। LCM से गुणा करने के बाद सरल करते समय चिन्हों का विशेष ध्यान रखें।

• ऐसे सवालों में कोष्ठक खोलने और भिन्नों को सरल करने के स्टेप्स बहुत महत्वपूर्ण होते हैं. एक भी गलती पूरा सवाल गलत करा सकती है, इसलिए हर स्टेप ध्यान से करना और ज़्यादा से ज़्यादा अभ्यास करना.

एक नज़र में रिवीज़न

› व्यंजक में '=' नहीं, समीकरण में '=' होता है।

› एक चर, अधिकतम घात 1 वाले समीकरण को रैखिक समीकरण कहते हैं।

› LHS और RHS समीकरण के पक्ष; हल = चर का मान जहाँ LHS=RHS

› दोनों पक्षों पर समान संक्रिया, संतुलन बनाए रखें।

› चर पद एक तरफ, अचर पद दूसरी तरफ, पक्षांतरण में चिन्ह बदलें।

› अंश हटाने को हरों के LCM से गुणा करें, फिर हल करें।

› जटिल समीकरण: कोष्ठक हटाओ, LCM से हर हटाओ, फिर हल करो.